

Ansetzen der Wasserdrukkräfte:

Laut Vorlesung gibt es hier mehrere Möglichkeiten:

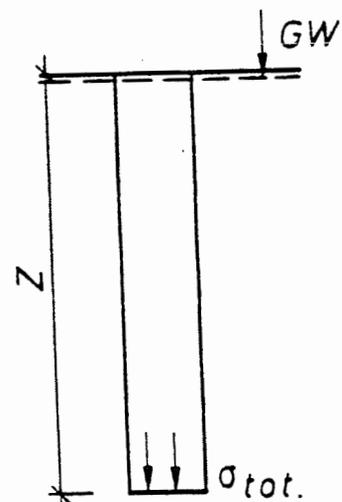
Der Boden besteht aus Körnern und Poren. Die Poren können vollkommen oder teilweise mit Wasser gesättigt sein. Spannungen im Boden werden entweder vom Korngerüst oder vom Wasser übertragen.

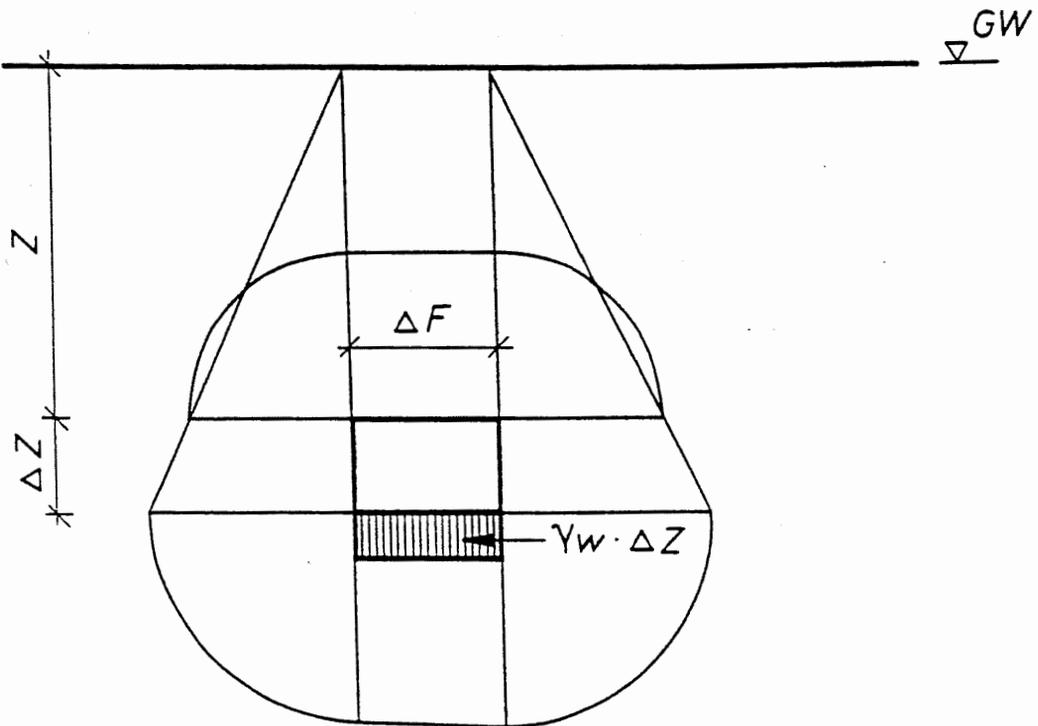
- Verhältnisse bei ruhendem Grundwasser:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{tot}} &= (1-n) \gamma_s z + n \gamma_w z \\ &= (1-n)(\gamma_s - \gamma_w) z + \gamma_w z \\ \sigma_{\text{tot}} &= \gamma_a z + \gamma_w z\end{aligned}$$

$\gamma_a$  Wichte unter Auftrieb,  
 d.h. jedes Korn zur Gänze  
 unter Auftrieb

$\gamma_w z$  hydrostatischer Druck,  
 d.h. Spannung des mit  
 Wasser voll gefüllten  
 Prismas





$\Delta F$  Querschnitt

Die Seitendrücker auf das Teilchen heben einander auf.

Der resultierende Druck auf die Oberfläche des Teilchens ergibt sich somit zu:

$$R_{ws} = -\gamma_w \Delta z \Delta F = -\gamma_w \Delta V$$

und die Summe aller Kräfte aus dem Wasser auf das Bodenteilchen zu:

$$R_w = n \gamma_w \Delta V - \gamma_w \Delta V = -(1-n) \gamma_w \Delta V,$$

wobei der Ausdruck  $n \gamma_w \Delta V$  gleich dem Wassergewicht im Teilchen ist.

Diese resultierende Kraft  $R_w$  ist gleich dem Auftrieb, der von unten nach oben wirkt.

Mit dem Gewicht der Festmasse  $G_s = (1-n) \gamma_s \Delta V$  gibt es nun drei Möglichkeiten, die effektiven Spannungen zu berechnen:

$$\sigma_{\text{eff}} = \frac{G^a}{\Delta F} = \gamma_a \Delta z.$$

1)



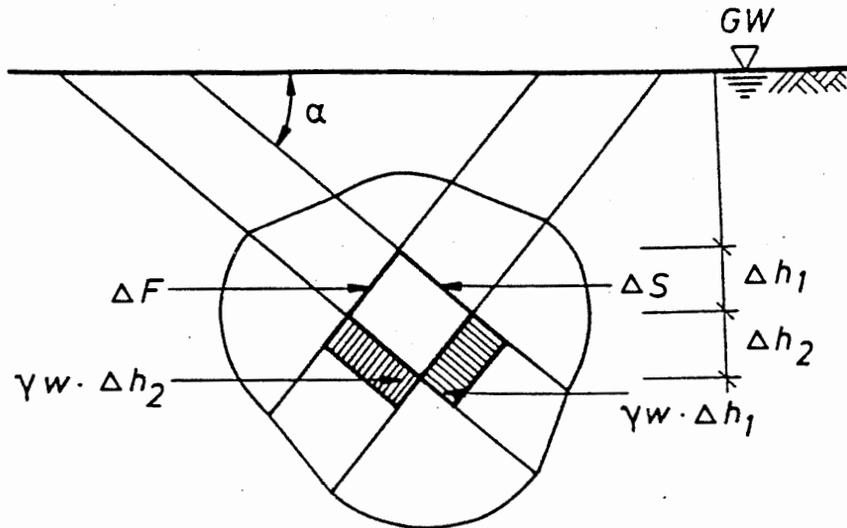
2)



3)

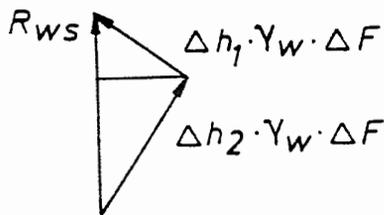


Bei einem schräg geschnittenen Teilchen findet man dasselbe Ergebnis:



$$\Delta h_1 = \Delta s \sin \alpha$$

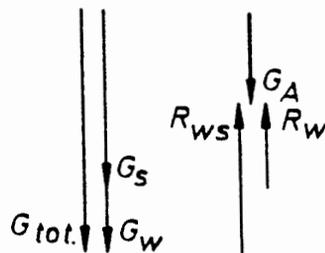
$$\Delta h_2 = \Delta s \cos \alpha \quad \Delta V = \Delta F \Delta s$$



$$R_{ws} = \gamma_w \Delta h_2 \Delta F \cos \alpha + \gamma_w \Delta h_1 \Delta F \sin \alpha$$

$$R_{ws} = \gamma_w \Delta V \cos^2 \alpha + \gamma_w \Delta V \sin^2 \alpha = \gamma_w \Delta V$$

$$R_w = n \gamma_w \Delta V - \gamma_w \Delta V = - (1-n) \gamma_w \Delta V$$

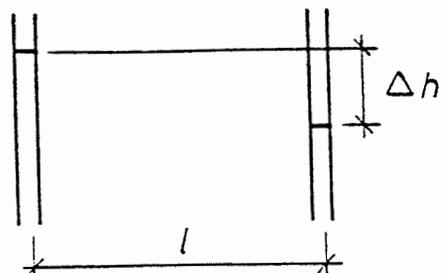


- Verhältnisse bei Durchströmung

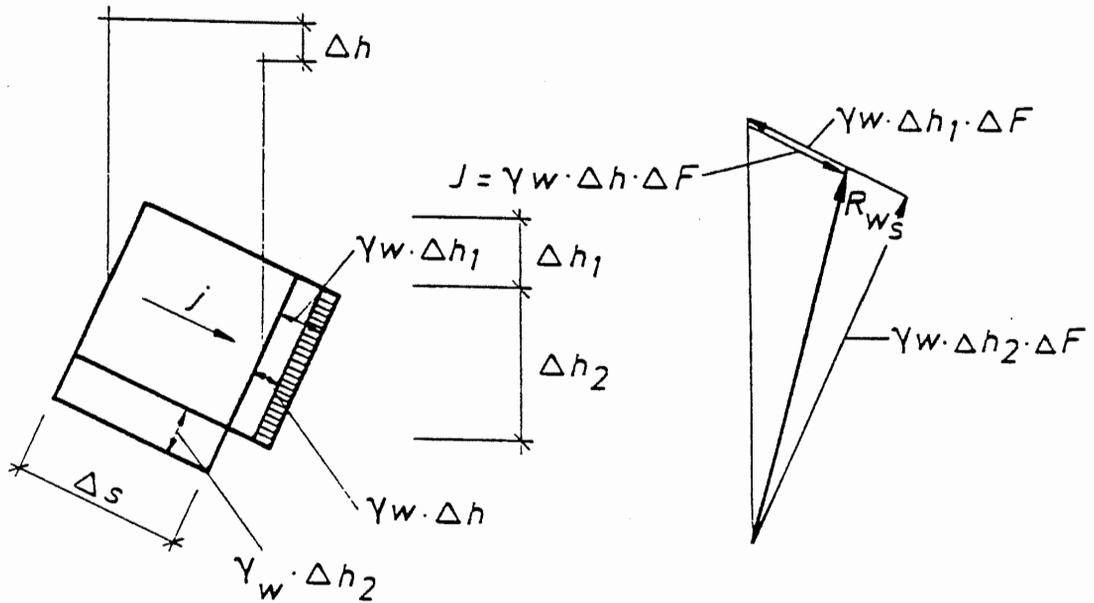
Meist liegt laminare Strömung vor, es gilt daher das Gesetz von Darcy:

$$v = k i, \text{ mit } i = \Delta h / l$$

Damit Strömung auftritt, muß eine Druckdifferenz  $\Delta h$  vorhanden sein, die auf einer Länge  $l$  vom Boden aufgenommen werden muß. Dadurch treten zusätzliche Spannungen im Boden auf.

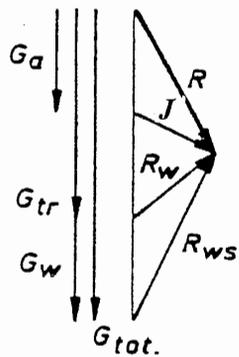


Strömungsdruck  $j = \frac{\Delta h \gamma_w \Delta F}{l \Delta F} = i \gamma_w$



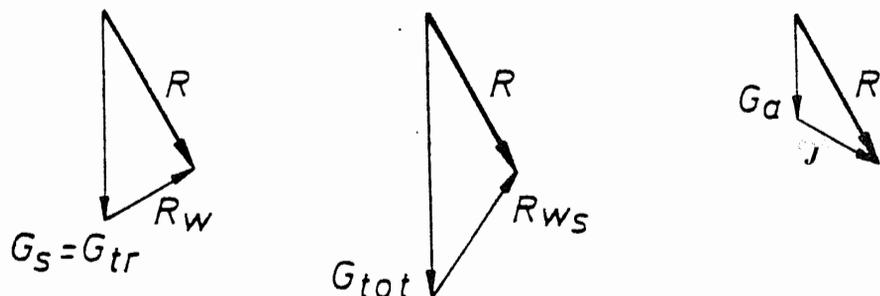
$J = \gamma_w \Delta h \Delta F$ ,  $j = \frac{J}{\Delta V} = \frac{J}{\Delta F \Delta s} = \frac{\gamma_w \Delta h \Delta F}{\Delta F \Delta s} = \gamma_w \frac{\Delta h}{\Delta s} = \gamma_w i$

Man kann also genauso wie im statischen Fall die Resultierende auf die Bodenmasse finden:

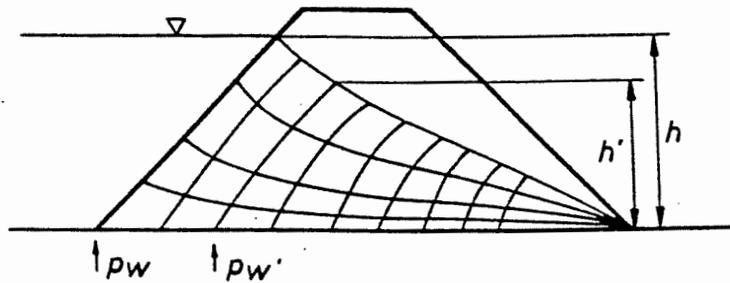


$G_{tot} = [(1-n) \gamma_s + n \gamma_w] \Delta V = (\gamma_a + \gamma_w) \Delta V$   
 $G_{tr} = (1-n) \gamma_s \Delta V = \gamma_{tr} \Delta V = G_s$   
 $G_a = \gamma_a \Delta V$   
 $G_w = \gamma_w n \Delta V$

Es gibt auch hier wieder drei Möglichkeiten, die effektiven Spannungen zu erhalten:

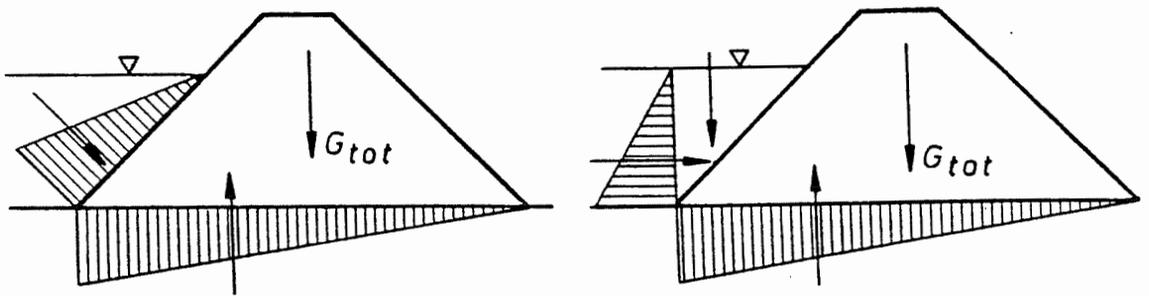


Betrachtet man nun einen durchströmten Erddamm, gibt es auch hier wieder verschiedene Möglichkeiten, die Wirkung des Wassers anzusetzen.

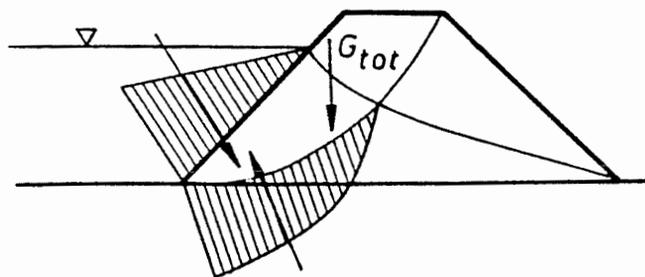


Verfahren mit totalen Gewichten:

Alle Wasserdrücke an den inneren Schnittflächen heben einander auf. Es bleiben nur die Wasserdrücke an den äußeren Flächen bzw. der Oberfläche über.



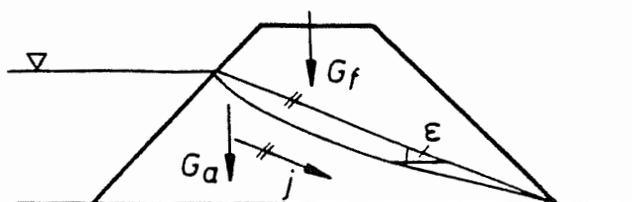
Der Abbau des Wasserdruckes in der Dammsohle wurde linear angenommen. Die exakte Lösung ergäbe sich nach Konstruktion des Strömungsnetzes. Die Schnittflächen im freien Wasser kann man beliebig wählen. Führt man eine Schnittfläche durch den Damm, benötigt man das Strömungsnetz.



Verfahren mit effektiven Gewichten:

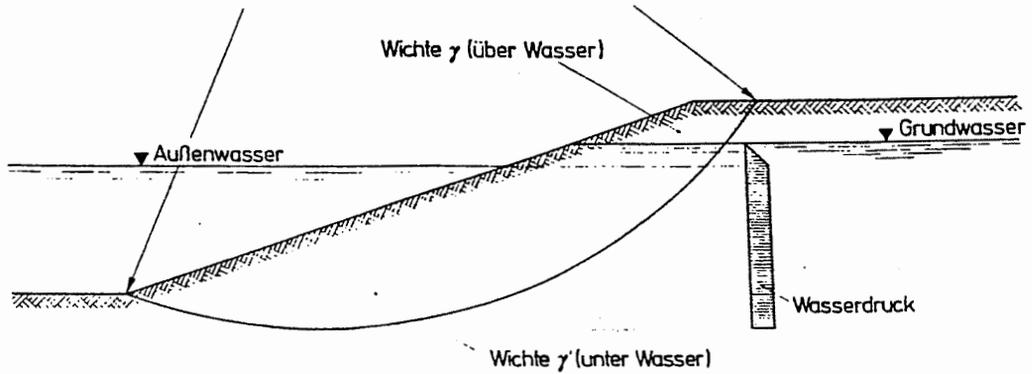
Hier muß man den Strömungsdruck über alle Teilchen summieren.

Näherung:  $J = F \gamma_w \sin \epsilon$

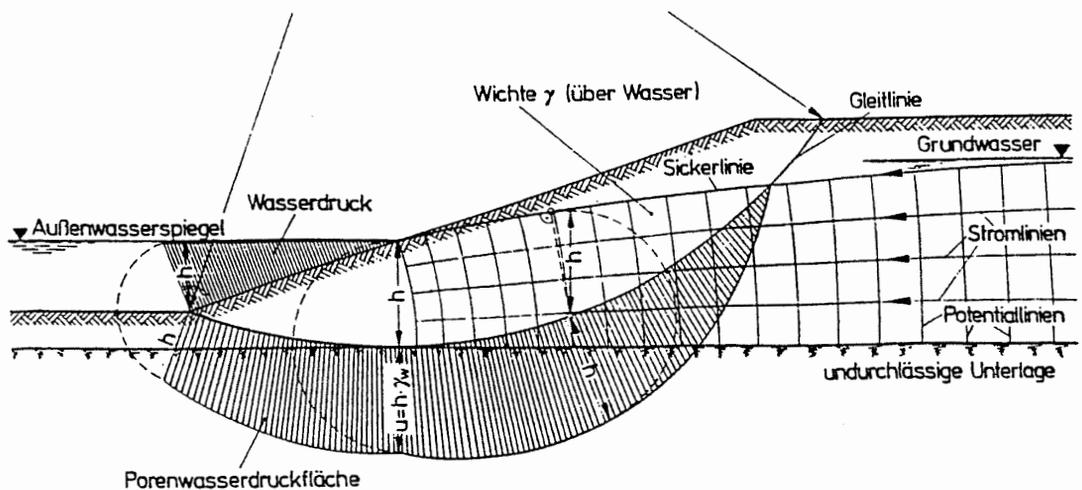
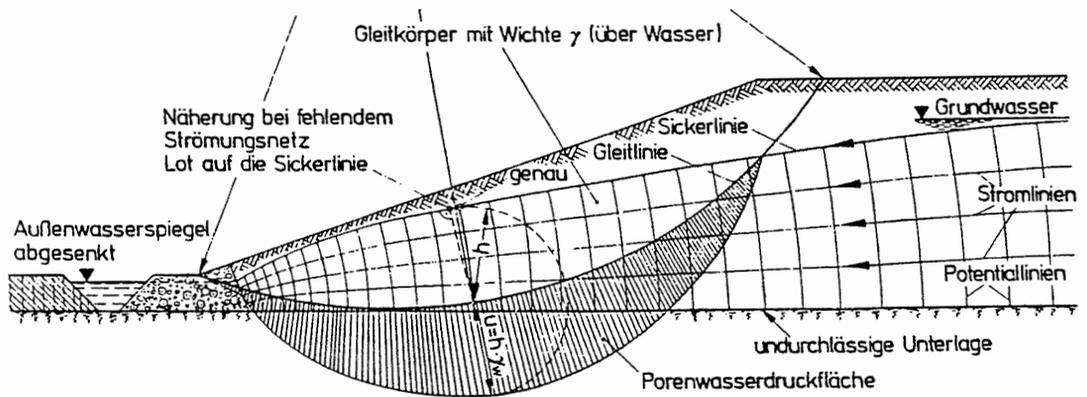


Vorschlag der DIN 4084 zum Ansetzen der Wasserdrücke:

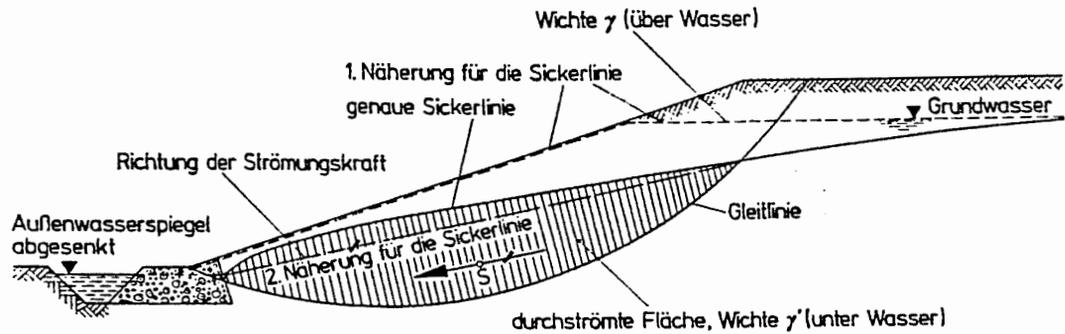
- 1) Näherungsweise Ansetzen des Wasserdruckes aus dem Spiegelunterschied auf der sicheren Seite. Die Wichte des Bodens wird dabei unter Auftrieb gerechnet.



- 2) Auf die Gleitfläche wird der Porenwasserdruck  $u$  aus dem Strömungsbild und auf die sonstigen Begrenzungsflächen die Wasserdrücke angesetzt.



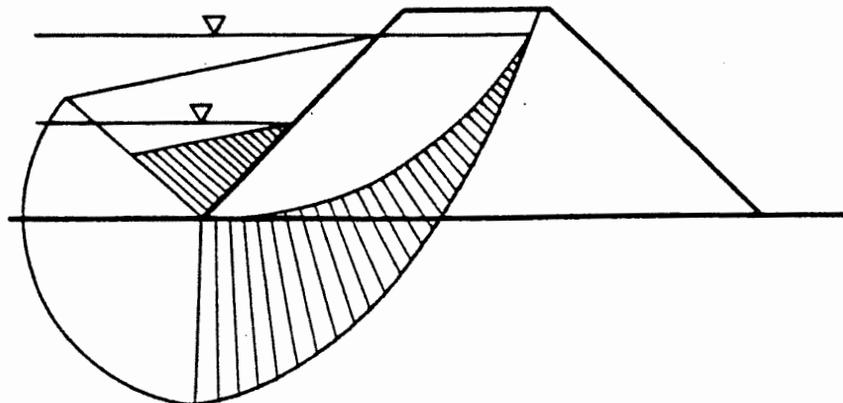
- 3) Die Strömungskraft im Gleitkörper wird angesetzt, dabei wird die Wichte unter Berücksichtigung des Auftriebes gerechnet.



Voraussetzung für die Bestimmung des Wertes und der Richtung der Strömungskraft und des Porenwasserdruckes aus der Strömung ist das Strömungsbild in Gestalt von Strom- und Potentiallinien für die ungünstigsten Voraussetzungen. In einfachen Fällen, z.B. bei geringen Wasserstandsunterschieden in und vor der Böschung, kann die Strömungskraft näherungsweise allein aus der Sickerlinie abgeleitet werden. Letztere wird entweder berechnet oder - weniger genau - durch ihre Tangenten ( Böschungslinie und geradliniger Grundwasserspiegel hinter der Böschung) ersetzt. Dabei wird die Krafrichtung parallel zur Sickerlinie angenommen. Die spezifische Strömungskraft für die Volumseinheit des durchflossenen Bodens ist  $j = i \gamma_w$ . Instationäre Strömungen müssen durch quasistatische Strömungen angenähert werden.

Sehr problematisch ist der Fall einer plötzlichen Spiegelabsenkung bei Staudämmen. Hier tritt eine starke Gefährdung der wasserseitigen Böschung ein.

Sehr ungünstiger, idealisierter Fall einer Spiegelabsenkung:



## II. Die Scherparameter und ihre Bestimmung

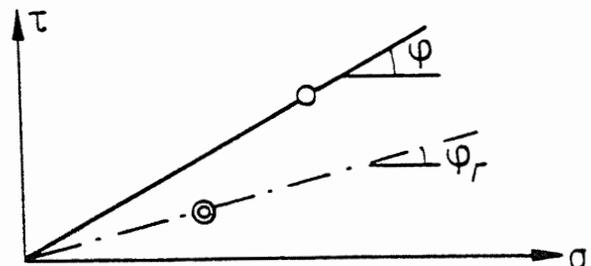
Für die Bestimmung der Sicherheit einer Böschung ist die Kenntnis aller die Sicherheit beeinflussenden Elemente erforderlich. Dies sind vor allem alle möglicherweise auftretenden äußeren Kräfte und die Scherparameter der Bodenschichten und deren eventuelle Veränderlichkeit im Laufe der Zeit. Diese Forderungen werden im allgemeinen bei Staudämmen erfüllt. Einerseits werden für den Einbau des Dammmaterials genaue Vorschriften erlassen und der Einbau einer genauen Kontrolle unterzogen, andererseits werden gewisse Betriebsvorschriften über den Gang des Stauspiegels im Becken erlassen und dadurch ziemlich verlässliche Aussagen über die zu erwartenden Wasserdruckverhältnisse im Damm und im Untergrund getroffen.

Anders verhält es sich jedoch bei der Beurteilung der Sicherheit natürlicher Böschungen. Wenn auch eine entsprechend große Zahl an Bodenaufschlüssen keine so gute Kenntnis der Bodenverhältnisse liefert wie bei der Herstellung von Dämmen, reicht sie im allgemeinen für die Böschungsanalyse aus.

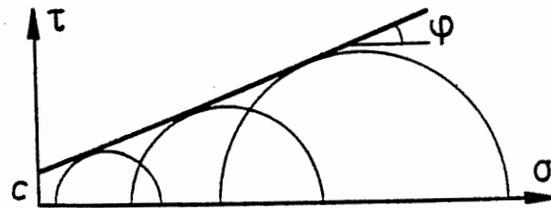
Neben der Unsicherheitsquelle über den Ansatz der äußeren Kräfte spielt noch jene der zeitlichen Veränderbarkeit der Scherparameter eine gewichtige Rolle. Die Nachrechnung einiger aufgetretener Rutschungen zeigte, daß das starke Absinken der Eigenfestigkeit oder Kohäsion die Ursache für die einzelnen Schadensfälle war. Die Rutschgefahr ist dann besonders groß, wenn neben der Kohäsion auch der Winkel der inneren Reibung zum Absinken neigt. Dies ist besonders bei rutschgefährdeten Tonen der Fall, deren Reibungswinkel auf  $5^\circ - 10^\circ$  abfallen kann.

Die Bestimmung der Scherparameter erfolgt in der Regel im Labor durch direkte Scherversuche und im Triaxialgerät an gestörten und ungestörten Bodenproben.

Wiener Routinescherversuch  
an einer gestörten Tonprobe  
mit Bestimmung des Winkels der  
inneren Reibung  $\varphi$  und des  
Restscherwinkels  $\varphi_r$ .



Drainierter Triaxiallangsamversuch mit einer ungestörten bindigen Bodenprobe.



### III. Rechenverfahren

Das Prinzip aller Rechenverfahren ist das Auffinden jener Schnittfläche, entlang der am ehesten eine Gleitung auftreten kann.

Grundsätzlich gibt es zwei Wege, einerseits nach den kleinsten Scherparametern zu suchen, bei denen sich die Böschung im kritischen Gleichgewichtszustand befindet und diese mit den vorhandenen Scherparametern in eine Beziehung zu setzen, andererseits am Gleitkörper solange zusätzliche Kräfte anzubringen, bis Grenzgleichgewicht herrscht, und diesen Kräftezustand mit dem gegebenen zu vergleichen. Tatsächlich bestehen zwischen diesen beiden Gedankenmodellen keine Unterschiede grundsätzlicher Art. Die Herbeiführung des hypothetischen Grenzgleichgewichtszustandes wird nur auf eine andere Weise interpretiert und führt letzten Endes zum gleichen Ergebnis, abgesehen von der abweichenden Definition der Sicherheiten.

Bei der Frage nach derjenigen Schnittfläche im Boden, bei der am ehesten Grenzgleichgewicht eintritt, gibt es wieder zwei grundsätzliche Vorgangsweisen:

Einerseits geht man von der Plastizitätstheorie aus, bei der angenommen wird, daß in jedem Punkt der Bodenmasse der plastische Grenzzustand erreicht ist. Bei der im Sinne dieser Theorie strengen Lösung ist in jedem Punkt der plastischen Masse das Gleichgewicht gewahrt. Die Form der Gleitlinienscharen ist das Ergebnis der Untersuchungen, und die Sicherheit folgt aus dem Verhältnis der vorhandenen zu den abgemindert gedachten Scherparametern, für die der plastische Grenzzustand im Boden eintritt.

Bei der zweiten Vorgehensweise, Gleitflächenmethode genannt, wird durch den Boden eine Gleitfläche beliebiger Form gelegt und dann diejenigen Scherparameter ermittelt, bei denen die Schnittfläche zu einer Gleitfläche wird. Das Ziel ist das Auffinden jener Scherfläche, für die sich die größte Scherbeanspruchung ergibt. Im Grunde genommen handelt es sich dabei also um ein Variationsproblem, bei dem auch gleichzeitig die genaue Form der

Gleitfläche ermittelt werden könnte. Tatsächlich wird die Form der Gleitfläche für praktische Fälle angenommen, und zwar meist als Zylinderfläche mit einem Kreis oder einer logarithmischen Spirale als Leitlinie, da man weiß, daß die genaue Form der Gleitfläche keinen großen Einfluß auf die Größe der Sicherheit ausübt.

Der Hauptunterschied der beiden Betrachtungsweisen besteht darin, daß bei Anwendung der Plastizitätstheorie in jedem Punkt der plastische Grenzzustand erreicht sein muß, während bei der Gleitflächenmethode von vornherein keine unbedingte Notwendigkeit dazu besteht. Es kann daher auch angenommen werden, daß der plastische Grenzzustand nur in der Gleitfläche selbst herbeigeführt wird.

Nur von diesem Standpunkt aus kann die Gleitflächenmethode als gleichrangige Untersuchungsmethode und nicht nur als Näherungsverfahren für die Plastizitätstheorie angesehen werden. Die durch den Boden gelegten Schnittflächen stellen gleichsam Prüfflächen dar, für die die zum Eintritt des Grenzgleichgewichtes erforderlichen Scherparameter ermittelt werden. Die wichtigste Forderung ist daher, daß bei Grenzgleichgewicht die äußeren Gleichgewichtsbedingungen am Rutschkeil streng erfüllt sind. Für das innere Gleichgewicht kann nur verlangt werden, daß an keiner Stelle der durch das Coulomb'sche Reibungsgesetz gegebene Scherwiderstand des Bodens überschritten werden darf.

Um bei Grenzgleichgewicht die Gleichgewichtsbedingungen zu erfüllen, stehen zwei Ansätze zur Verfügung. Entweder man denkt den durch die Kreisgleitfläche begrenzten Rutschkörper durch lotrechte Schnitte in Lamellen zerlegt und nimmt die Erddruckkräfte in den Lamellenseitenflächen so an, daß sowohl jede Lamelle für sich, als auch der gesamte Rutschkörper im Gleichgewicht stehen, oder man stellt das Gleichgewicht zwischen allen am Rutschkörper angreifenden, resultierenden Kräften her, betrachtet also den Rutschkörper nur als Ganzes. Über die Resultierenden der in der Gleitfläche wirkenden Bodenreaktionen können dabei gewisse allgemeine Aussagen gemacht werden.

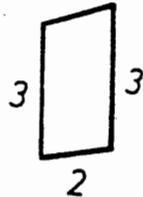
Hinsichtlich der Genauigkeit können beide Verfahren als gleichwertig angesehen werden, das Verfahren mit den resultierenden Kräften führt jedoch viel rascher zum Ziel.

a) Lamellenverfahren

Mathematische Betrachtungsweise der Lösungsmöglichkeiten:

bei  $n$  Lamellen ergeben sich  $(8n-5)$  Unbekannte

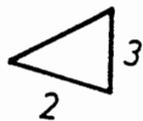
Innenlamellen



Lamelleninnenseite:

Unbekannte: Normalkraft, Scherkraft und Angriffspunkt der Normalkraft

Randlamellen



Lamellengrundfläche:

Unbekannte: Normalkraft und Scherkraft, Angriffspunkt der Normalkraft in Lamellenmitte ausreichend genau

Unbekannte:  $(n-2)(3+3) + 2n + 2 \cdot 3 + 1,$

wobei  $(n-2)(3+3)$  die Anzahl der Unbekannten der Innenlamellen,  $2 \cdot 3$  jene der Randlamellen und 1 jene der Sicherheit ist.

Für die Lösung stehen pro Lamelle zur Verfügung:

3 Gleichgewichtsbedingungen

3 Übergangsbedingungen

1  $\sigma - \tau$  - Beziehung.

Somit ergeben sich  $3n + 3(n-1) + n = (7n-3)$  Gleichungen, es sind somit  $(n-2)$  Unbekannte zuviel, und es ist daher notwendig, weitere Gleichungen aus den Beziehungen über die drei Unbekannten der Lamelleninnenseiten zu gewinnen.

Die drei Unbekannten sind die Normalkraft, die Scherkraft und die Höhe des Angriffspunktes der Normalkraft.

Aufgrund dieser Forderung kommt es nun zu den verschiedensten Lösungsmöglichkeiten, die die große Vielzahl der Lamellenverfahren begründet. **Morgenstern/Price** bzw. **Spencer** lösen die Aufgabe derart, daß für die  $(n-1)$  Lamelleninnenseiten  $\tau - N$  - Beziehungen vorgegeben werden, die alle mit einem noch freien, unbekanntem Parameter multipliziert werden, wodurch  $(n-1)$  neue Gleichungen und eine weitere Unbekannte entstehen. Dadurch gibt es  $(8n-4)$  Unbekannte und ebensoviele Gleichungen und die Aufgabe kann durch eine mehrfache numerische Iteration gelöst werden. Die verwendete neue Beziehung ist hiebei

$$\tan \delta_i = \frac{\tau_i}{N_i} = \lambda f(x),$$

wobei für  $f(x)$  rein mathematische Funktionen vorgegeben werden.

Andere Lösungen stützen sich z.B. auf die physikalischen Bedingungen, daß die lokale Sicherheit zwischen den Lamellen größer oder gleich der Gesamtsicherheit sein muß oder daß die Angriffspunkte der Normalkräfte stets innerhalb der Lamelleninnenseiten liegen müssen.

Alle Verfahren münden schließlich in ein Optimierungsverfahren.

Raschere Näherungsverfahren haben den Vorteil einer einfachen, numerischen Integration, erfüllen aber alle nicht eine globale Gleichgewichtsbedingung.

**Janbu, Bishop und Nonveiller** z.B. setzen an der Lamelleninnenseite  $\tau = 0$  an, was der Einführung von  $(n-1)$  neuen Gleichungen entspricht. Damit erhält man  $(8n-4)$  Gleichungen, denen nur  $(8n-5)$  Unbekannte gegenüberstehen. Dadurch kann eine Gleichung, die einer Gleichgewichtsbedingung entspricht, nicht erfüllt werden. Beim Verfahren von **Fellenius** bzw. **Terzaghi** werden sogar zwei Gleichgewichtsbedingungen verletzt.

Das Verfahren von **Borowicka** erfüllt alle drei Gleichgewichtsbedingungen durch Ansetzen einer Zusatzkraft, es ist daher ein statisch einwandfreies Verfahren.

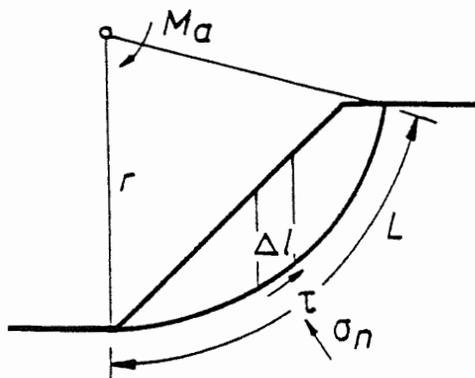
Für das 4. Programm werden die Verfahren von **Fellenius** (Schwedische Methode) und von **Borowicka** gefordert.

#### Schwedische Methode:

Sie beruht auf der Sicherheitsregel von **Fellenius**:

$$\text{Sicherheit } \eta = \frac{c}{c_1} = \frac{\tan\varphi}{\tan\varphi_1}$$

Es gilt das Coulomb'sche Gesetz:  $\tau = c_1 + \sigma_n \tan\varphi_1$



$$T = \Sigma \tau \Delta l = \Sigma (c_1 + \sigma_n \tan\varphi_1) \Delta l$$

$$T = c_1 L + \tan\varphi_1 \Sigma \sigma_n \Delta l$$

$$\Sigma M_p = r (c_1 L + \tan\varphi_1 \Sigma \sigma_n \Delta l)$$

$$= \frac{r}{\eta} (c L + \tan\varphi \Sigma \sigma_n \Delta l)$$

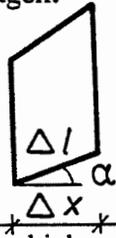
Momentengleichgewichtsbedingung:

$$M_a = M_p$$

Somit ergibt sich die Sicherheit zu:

$$\eta = r \frac{c L + \tan \varphi \sum \sigma_n \Delta l}{M_a}$$

Nun müssen Annahmen über  $\sigma_n$  getroffen werden. Näherungsweise wird festgelegt, daß in den Seitenflächen der Lamellen die Drücke einander aufheben. Das gesamte Gewicht der Teilchen wird in den Aufstandsflächen übertragen.



$$\Delta l = \frac{\Delta x}{\cos \alpha}, \quad \Delta g \begin{matrix} \nearrow \Delta N \\ \searrow \Delta T \end{matrix}$$

$$\eta = \frac{c L + \tan \varphi \sum \Delta g \cos \alpha}{\sum \Delta g \sin \alpha}$$

$$\Delta N = \sigma_n \Delta l = \Delta g \cos \alpha$$

$$\Delta T = \Delta g \sin \alpha$$

für geschichtete Böden:

$$\eta = \frac{\sum c_n \Delta l_n + \sum \tan \varphi_n g_n \cos \alpha_n}{\sum g_n \sin \alpha_n}$$

Wird nun statt der Kohäsion  $c$  der Binnendruck  $p_{kn} = c_n \cot \varphi_n$  eingesetzt, ergibt sich

$$\eta = \frac{\sum p_{kn} \tan \varphi_n \Delta l_n + \sum \tan \varphi_n g_n \cos \alpha_n}{\sum g_n \sin \alpha_n}$$

bzw.

$$\eta = \frac{\sum \tan \varphi_n (p_{kn} \Delta l_n + g_n \cos \alpha_n)}{\sum g_n \sin \alpha_n}$$

Bei Berücksichtigung des Wasserdruckes reduziert sich die Normalkraft zu:



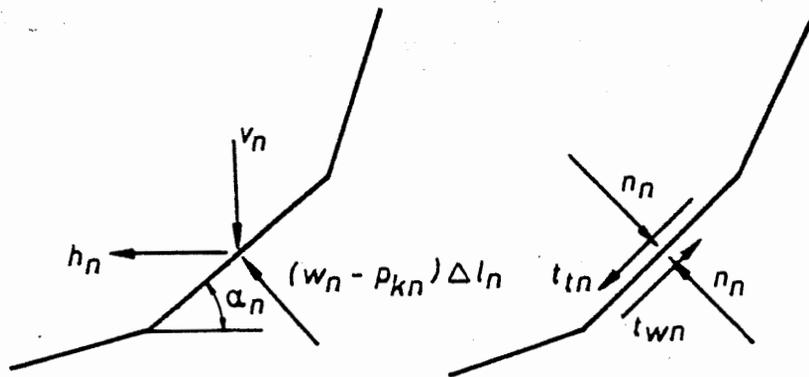
$$n_n = g_n \cos \alpha_n - (w_n - p_{kn}) \Delta l$$

$$\eta = \frac{\sum n_n \tan \varphi_n}{\sum g_n \sin \alpha_n}$$

Anmerkung: Beim Schwedischen Verfahren ist das Krafteck nicht geschlossen ( $\sum H \neq 0$ ,  $\sum V \neq 0$ ).

Bei der Annahme von Erddrücken in den Seitenflächen wird das Verfahren von **Bishop** verwendet.

Das Verfahren von **Borowicka** ist praktisch eine Weiterentwicklung des Schwedischen Verfahrens, indem es den Fehler im Kraftplan durch das Einführen einer Zusatzkraft schließt.



Kräftezerlegung im  $n$ -ten Streckenelement der Gleitfläche

treibende Kraft:  
 (Scherkraft)

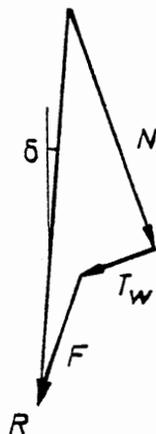
$$t_{tn} = v_n \sin \alpha_n + h_n \cos \alpha_n$$

$$n_n = v_n \cos \alpha_n - h_n \sin \alpha_n - (w_n - p_{kn}) \Delta l$$

widerstehende Kraft:  
 (Scherwiderstand)

$$t_{wn} = \frac{1}{\eta} \tan \varphi_n n_n$$

Kraftplan mit Schlußfehler  $F$ :



Sicherheit nach Borowicka:

$$\eta = \frac{\sum \tan \varphi_n n_n \cos(\alpha_n + \delta)}{\sum t_{tn} \cos(\alpha_n + \delta)}$$

$$\tan \delta = \frac{\sum h_n + \sum (w_n - p_{kn}) \Delta l_n \sin \alpha_n}{\sum v_n - \sum (w_n - p_{kn}) \Delta l_n \cos \alpha_n}$$

### b) Verfahren von Fröhlich

Dieses Verfahren betrachtet den Gleitkörper als Ganzes und rechnet mit tatsächlich vorhandenen Bodenkennwerten, d.h. die Kohäsion und der Winkel der inneren Reibung werden nicht abgemindert. Um den Bruchzustand zu erreichen, werden hier zusätzlich äußere Kräfte aufgebracht. Das Moment der vorhandenen äußeren Kräfte  $M_a$  muß um ein zusätzliches Moment  $\Delta M$  vergrößert werden. Die Sicherheit ergibt sich somit zu:

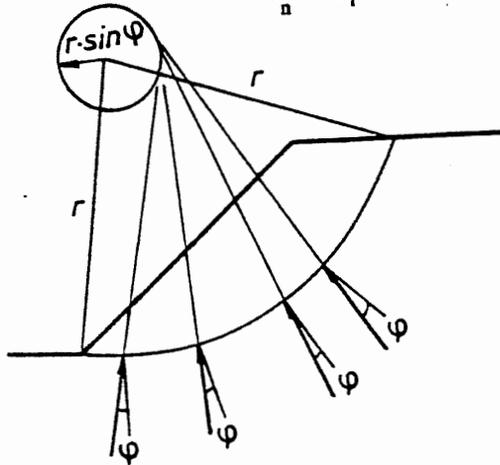
$$\eta = \frac{M_a + \Delta M}{M_a} = 1 + \frac{\Delta M}{M_a}$$

Die Annahme eines Zusatzmomentes bewirkt eine Parallelverschiebung der Resultierenden der äußeren Kräfte.

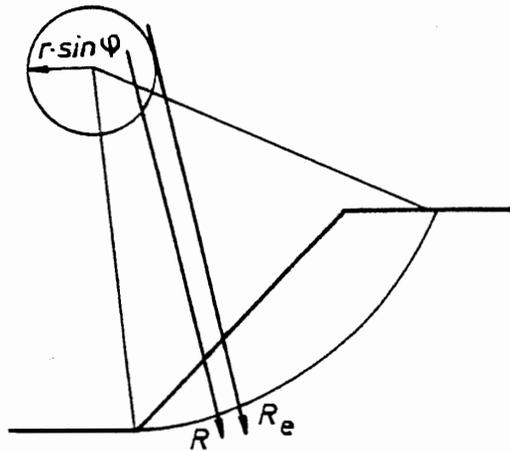
Für den Fall, daß keine Kohäsion vorhanden ist, gilt in der Gleitfläche:

$$\tau = \sigma_n \tan \varphi$$

(Coulomb'sches Gesetz)



Jeder Punkt der Gleitfläche erfüllt die Coulomb'sche Bruchbedingung, d.h. die resultierende Spannung ist in jedem Punkt unter dem Winkel  $\varphi$  geneigt. Die Wirkungslinien dieser Resultierenden berühren alle einen Kreis mit dem Radius  $r \sin \varphi$  - den Reibungskreis.



Im einfachsten Fall ist nur das Gewicht des Gleitkörpers als Resultierende aller am Gleitkörper angreifenden Kräfte vorhanden. Infolge von  $\Delta M$  kommt es zu einer Parallelverschiebung von  $R$ .

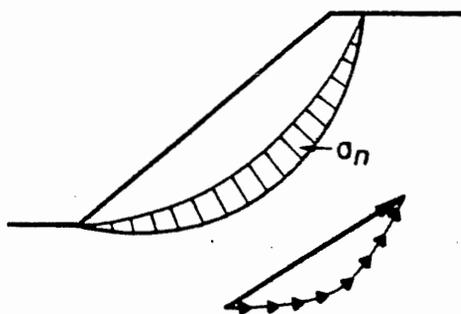
$$M_a = R a$$

$$M_a + \Delta M = R r \sin \varphi$$

$$\eta = \frac{M_a + \Delta M}{M_a} = \frac{R r \sin \varphi}{R a}$$

$$\eta = \frac{r}{a} \sin \varphi$$

Nun ist aber die Normalspannung in der Gleitfläche irgendwie verteilt.



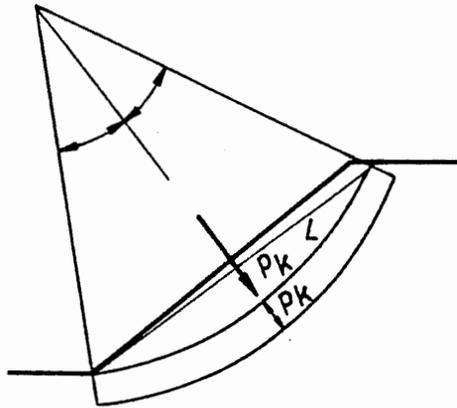
Die algebraische Summe aller  $\tau ds$  ist größer als  $T$  (vektorielle Summe). Da aber das Moment um den Kreismittelpunkt von  $T$  und  $\int \tau ds$  gleich groß sein muß, muß die Wirkungslinie von  $T$  außerhalb des Kreises liegen, d.h. der Hebelsarm ist größer als der Radius  $r$ . Das bedeutet, daß der Schnittpunkt der

Wirkungslinien der beiden Kräfte  $T$  und  $R$  nicht am Kreisumfang, sondern etwas außerhalb liegt.  $R_e$  berührt nicht mehr den Reibungskreis, sondern einen erweiterten Reibungskreis mit dem Radius  $\zeta r \sin \varphi$ . Die Sicherheit ergibt sich somit zu

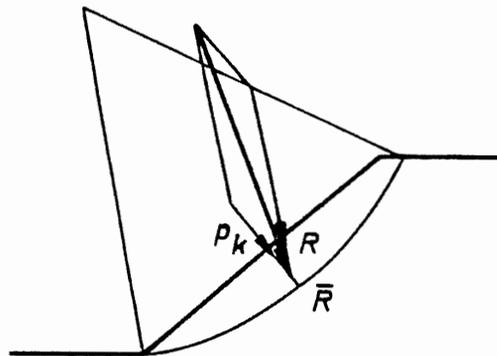
$$\eta = \zeta \frac{r}{a} \sin \varphi$$

$\zeta > 1$ , hängt von der Spannungsverteilung entlang des Gleitkreises ab.

Berücksichtigung der Kohäsion:



Es ist günstiger, die Kohäsion  $c$  durch den Binnendruck  $p_k = c \cot \varphi$  zu ersetzen. Er wirkt wie ein allseitiger äußerer Druck von gleicher Größe, daher kann er als äußere Kraft angesetzt werden. Es ist somit möglich, den Fall Reibung und Kohäsion auf den Fall der reinen Reibung zurückzuführen.



Die Resultierende von  $R$  und  $P_k$  ist  $\bar{R}$ .  $\bar{R}$  wird solange verschoben, bis sie den erweiterten Reibungskreis berührt.

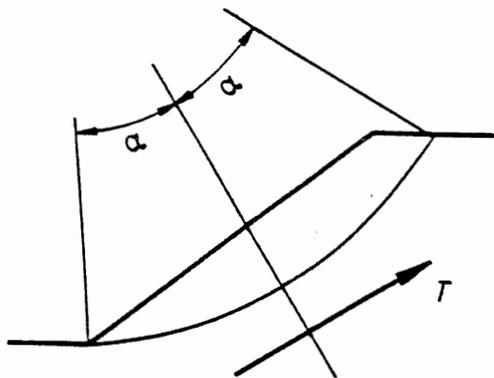
$$M_a = \bar{R} a$$

$$M_a + \Delta M = \bar{R} \zeta_c r \sin \varphi$$

$$\text{Sicherheit } \eta = \zeta_c \frac{r}{a} \sin \varphi$$

$\zeta_c$  hängt von der Verteilung der Spannungen ab.

Eine gleichmäßige Verteilung der Normalspannung in der Gleitfläche ist nur wahrscheinlich, wenn Kohäsion  $c$  vorhanden ist.



$$T = c L \frac{\sin \alpha}{\alpha_{rad}}$$

$$r_c c L = T r_c = c L \frac{\sin \alpha}{\alpha_{rad}} r_c$$

$$r_c = \frac{r \alpha_{rad}}{\sin \alpha}$$

$$\frac{r_c}{r} = \zeta_c = \frac{\alpha_{rad}}{\sin \alpha}$$

$\alpha_{rad} \dots \alpha$  im Bogenmaß

Für reine Reibung ist eher eine sichelförmige Verteilung der Normalspannung wahrscheinlich.

$$\zeta_\varphi < \zeta_c, \quad r_\varphi \cong \frac{1}{2} (r + r_c)$$

laut Fröhlich:

$\varphi$	$\zeta_{\varphi}$	$\zeta_c$
30°	1,048	1,052
45°	1,115	1,057
60°	1,205	1,102

Fröhlich führt daher einen Konzentrationsfaktor  $\nu$  ein, der die Normalspannungsverteilung in der Gleitfläche beschreiben soll.  $\nu = 0,5$  ist eine praktische Annahme zwischen sichelförmiger und gleichmäßiger Spannungsverteilung. Außerdem erlaubt diese Annahme eine einfache Bestimmung der Lage von  $R_{\varphi}$ .

#### IV. Sicherheitsdefinition

Prinzipiell kommen im Grundbau nur zwei Sicherheitsdefinitionen zur Anwendung, allerdings in abgewandelter Form und mit unwesentlichen Änderungen.

Die Sicherheitsdefinition der ersten Art erkennt man am besten bei der Berechnung einer Spundwand. Die Sicherheit wird hier - kurz gesagt - als das Verhältnis des möglichen passiven Erddruckes zum aktiven Erddruck definiert und soll z.B. 2 betragen. Der Bedingung bei der Berechnung von Fundamenten, daß die tatsächliche Last nicht höher sein darf als die Hälfte der Einbruchslast, liegt im Prinzip dieselbe Sicherheitsdefinition  $E_p : E_a$  zugrunde.

Die Sicherheitsdefinition der zweiten Art besteht darin, daß die vorhandenen Scherparameter gedanklich in einer bestimmten Weise so weit abgemindert werden, bis Grenzgleichgewicht entsteht. Eine lineare Abminderung der Scherparameter  $c$  und  $\tan\varphi$  entspricht der Sicherheitsdefinition von **Fellenius**. Eine Abminderung von  $\sin\varphi$  oder  $\varphi$  selbst anstelle von  $\tan\varphi$  oder eine nichtproportionale Abminderung ist möglich, ändert aber nichts am Wesen der Sicherheitsdefinition. Nach der Sicherheitsregel von **Fellenius**, die meist bei der Ermittlung der Standsicherheit von Böschungen verwendet wird, ist eine Mindestsicherheit in der Größenordnung von 1,5 verlangt, weicht also von der Mindestsicherheit nach der Sicherheitsdefinition der ersten Art erheblich ab.

In der Regel liegt für eine bestimmte, willkürlich eingelegte Kreiszyylinderfläche nicht Grenzgleichgewicht vor. Die Sicherheit ist also größer als 1. Das Grenzgleichgewicht muß auf irgendeine Weise herbeigeführt werden, um die Kreiszyylinderfläche zu einer Gleitfläche zu machen und damit das **Coulomb'sche** Gesetz anwenden zu können. Dazu sind zwei Wege möglich. Entweder denkt man bei gleichbleibenden Bodenkennwerten eine zusätzliche Kraftwirkung am

Gleitkörper angebracht oder bei unveränderten Kräften die Bodenkennwerte vermindert.

Im ersten Fall ist darauf zu achten, daß die Normalspannungen in der Gleitfläche möglichst wenig geändert werden, weshalb die Herbeiführung des Grenzgleichgewichtes durch Hinzufügen eines Drehmomentes erfolgt (Verfahren von Fröhlich).

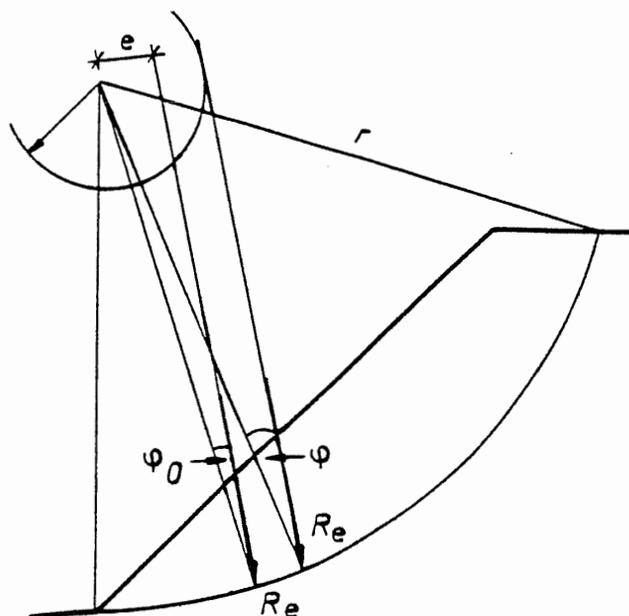
Im zweiten Fall werden üblicherweise die Bodenkennwerte Kohäsion und Reibungswinkel im gleichen Verhältnis abgemindert.

Für die Berechnung der Sicherheit muß der Grenzgleichgewichtszustand am Rutschkeil in irgendeiner Weise in eine Beziehung zum tatsächlich vorhandenen Zustand gesetzt werden. Trotz einer Vielzahl solcher Beziehungen sollen hier nur drei in Betracht kommen.

Wird der Grenzgleichgewichtszustand durch ein zusätzliches Drehmoment erreicht, ist es naheliegend, das Verhältnis des zur Herbeiführung des Grenzgleichgewichtszustandes erforderlichen zum tatsächlich vorhandenen Moment der äußeren Kräfte als Sicherheit zu definieren. Man spricht in diesem Fall von der *Momentendefinition*.

Wenn das Grenzgleichgewicht durch eine gedachte Abminderung der Scherparameter herbeigeführt wird, ist die Sicherheit das Verhältnis der tatsächlich vorhandenen zu den im gleichen Verhältnis abgeminderten Bodenkennwerten. Dabei können entweder die Wertepaare  $c - \tan\varphi$  (Fellenius) oder  $c - \varphi$  (Taylor) abgemindert werden.

Die Unterschiede zwischen diesen drei Sicherheitsdefinitionen sollen an einem ganz einfachen Beispiel erklärt werden. In einer Böschung aus reinem Reibungsboden mit dem Winkel der inneren Reibung  $\varphi$  wird eine kreiszylindrische



Fläche vom Radius  $r$  eingelegt. Auf den Rutschkörper soll nun eine Einzelkraft  $R_e$  als äußere Last einwirken. Nach der Momentendefinition ist  $R_e$  soweit parallel zu verschieben, bis Grenzgleichgewicht eintritt, d.h. bis  $R_e$  den Reibungskreis mit dem Radius  $r \sin\varphi$  tangiert. Das Moment der verschobenen Kraft um den Kreismittelpunkt beträgt  $R_e r \sin\varphi$  und das der

vorhandenen Kraft  $R_e r \sin\varphi_0$ . Die Sicherheit ist daher nach der Momentendefinition durch das Verhältnis  $\sin\varphi/\sin\varphi_0$  gegeben. Im Sinne von **Fellenius** und **Taylor** tritt Grenzgleichgewicht dann ein, wenn der abgeminderte Reibungswinkel  $\varphi_0$  beträgt. Somit ergibt sich die Sicherheit nach der

Momentendefinition:  $\eta = \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_0}$

Felleniusregel:  $\eta = \frac{\tan\varphi}{\tan\varphi_0}$

Taylorregel:  $\eta = \frac{\varphi}{\varphi_0}$

Setzt man  $\varphi = \varphi_0$ , ist die Sicherheit in allen drei Fällen 1. Ist z.B.  $\varphi = 30^\circ$  und  $\varphi_0 = 20^\circ$ , erhält man als Sicherheit mit den drei Definitionen die Werte 1,47, 1,59 bzw. 1,50. Die Momentendefinition ergibt somit die kleinste Sicherheit, die Felleniusregel die größte. Die Unterschiede sind allerdings nicht sehr groß.

Alle drei Sicherheitsdefinitionen sind als gleichrangig anzusehen.

Aufgabe des 4. Programmes ist eine Standsicherheitsuntersuchung einer Böschung nach dem Verfahren von **Fröhlich** und die Untersuchung eines Erddammes nach dem Schwedischen Lamellenverfahren (Sicherheitsregel nach **Fellenius**) und nach dem Verfahren von **Borowicka**. Für die Berechnungen werden in der Folge einzelne Berechnungsschritte angegeben.

1. Teil: Böschung nach FRÖHLICH:

Untersuchung im Betriebs- und im Absenckfall



Fußpunktkreis



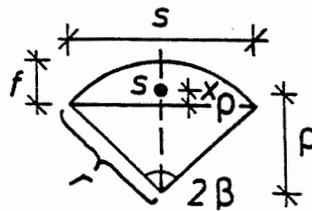
Grundkreis



Böschungskreis

1. Schritt: Errechnen der Bodenkennwerte
2. Schritt: Wahl der Gleitkreise. Beim Programm ist für Betriebs- und Absenckfall je ein Fußpunktkreis oder ein Grundkreis zu berechnen.

3. Schritt: Ermittlung der treibenden Kräfte und ihrer Angriffspunkte



Segment:

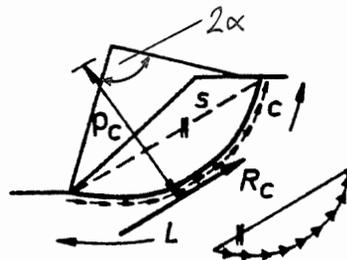
$$F = 1/2 r^2 (2\beta_{\text{rad}} - \sin 2\beta)$$

$$\rho = \frac{2}{3} r \frac{\sin^3 \beta}{\beta_{\text{rad}} - \sin \beta \cos \beta} \cong \frac{s^3}{12 F}$$

wenn  $2\beta < 45^\circ$ , kann die Fläche näherungsweise als Parabelsegment berechnet werden:  $F = 2/3 s f$ ,  $x_s = 2/5 f$ .

4. Schritt: Ermittlung der widerstrebenden Kräfte

4.1 Kohäsion



$$R_c = \int_L \vec{c} ds = c r 2 \sin \alpha$$

$$\Sigma M_o = 0: R_c \rho_c = r c L$$

$$\rho_c = r \frac{\alpha_{\text{rad}}}{\sin \alpha}$$

4.2 Ermittlung von N und R graphisch über Krafteck, siehe Schritt 6

5. Schritt: Ermittlung der Resultierenden der treibenden Kräfte mit Kraft- und Seileck und Herausmessen des Abstandes a aus der Zeichnung

6. Schritt: Ermittlung der Resultierenden der widerstrebenden Kräfte

$$6.1 \vec{R}_{\text{treib.}} + \vec{R}_c = \vec{X}$$

6.2 N und  $R_\varphi$  erhält man durch die Konstruktion eines Thaleskreises über X, wobei N und X den Winkel  $\varphi$  einschließen müssen.

6.3 Eine Parallele zu N durch den Kreismittelpunkt teilt den Gleitkreis in die Teilkreise mit den Öffnungswinkeln  $\alpha_I$  und  $\alpha_{II}$ .

6.4 Die Lage der Wirkungslinie von  $R_\varphi$  im Lageplan erhält man durch die Konstruktion des Schnittpunktes der beiden Tangenten an die Berührungspunkte der Winkelsymmetralen von  $\alpha_I$  und  $\alpha_{II}$ .

6.5 X ist die Resultierende der Kräfte N und  $R_\varphi$ . Dem geschlossenen Krafteck dieser drei Kräfte steht ein Schnittpunkt im Lageplan gegenüber (4'). Um den Zerlegungspunkt von  $R_c$ ,  $R_c$  und X zu finden, braucht man nun nur eine Parallele zu X durch Punkt 4' mit der Wirkungslinie von  $R_c$  zu schneiden (3').

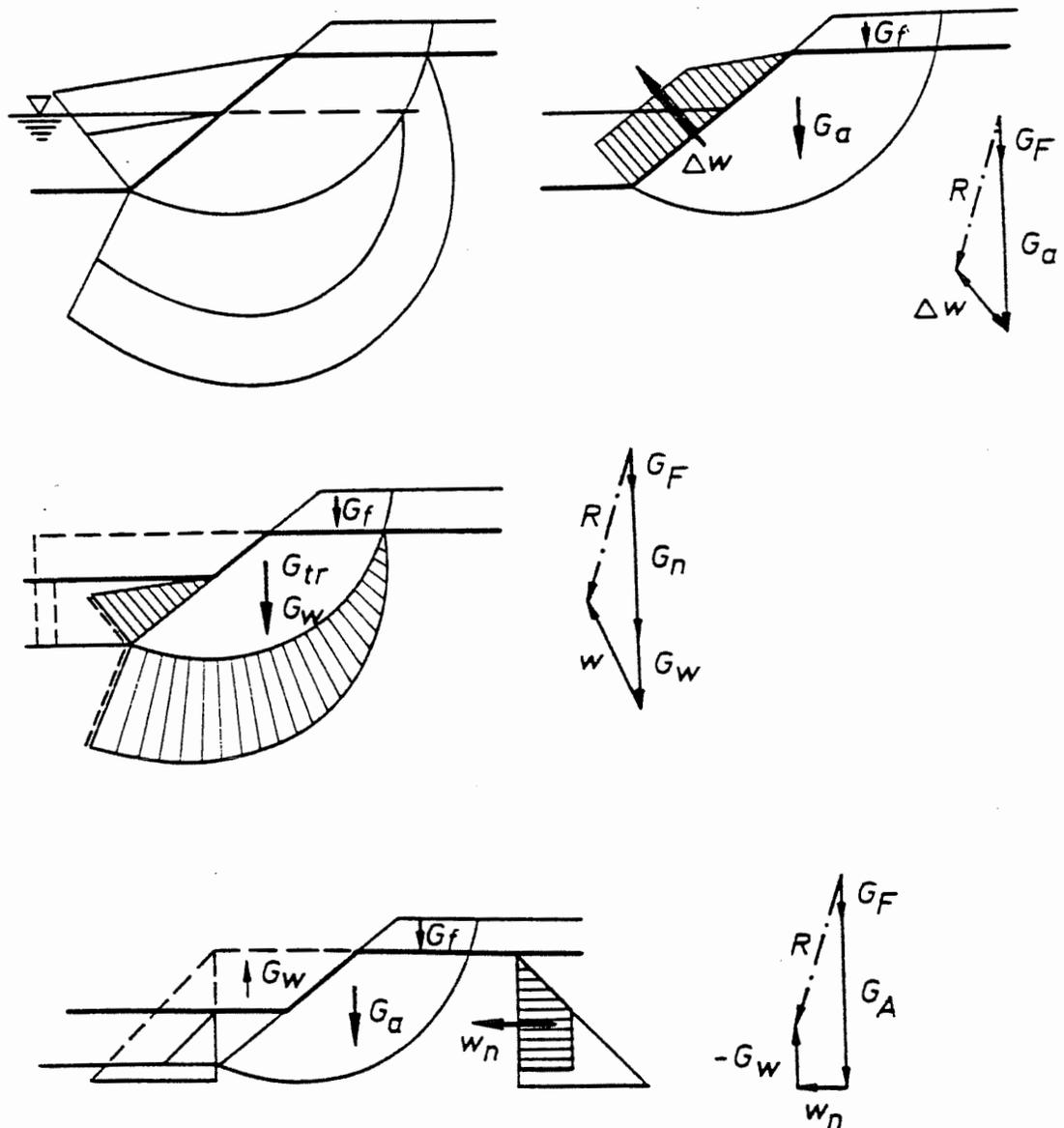
6.6  $R_c$  (widerstrebende Kraft) muß parallel zu  $R_{\text{treib.}}$  sein.

6.7 e ist der Abstand von R zu  $R_c$ .

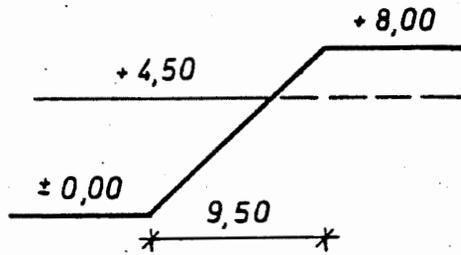
7. Schritt: Sicherheit  $\eta = 1 + e/a$ .

ad 5. Schritt: Berechnung der treibenden Kräfte im Absenkfall:

Ein ruhender Wasserspiegel wird abgesenkt. Das Wasser im Boden kann dieser Bewegung nicht sofort folgen (es wird gering durchlässiger Boden angenommen). Eine Sickerströmung setzt ein und führt allmählich zur Ausspiegelung. Die ungünstigste Lastannahme im abgesenkten Zustand ist nun jene, daß der Wasserspiegel im Boden auf der ursprünglichen Höhe bleibt. Die Resultierende der äußeren Kräfte  $R$  bekommt durch die Wirkung des Wassers eine horizontale Komponente. Diese Wirkung kann man auf mehrere Arten ansetzen, die jedoch alle zu demselben Ergebnis führen.



Beispiel:



$$\begin{aligned}\rho_s &= 2,69 \text{ g/cm}^3 \\ e &= 0,48 \\ w_n &= 2,7 \% \\ \varphi &= 27^\circ \\ c &= 0,3 \text{ N/cm}^3\end{aligned}$$

Gleitkreis mit einem Radius  $r = 8,0$  m gewählt, siehe Zeichnung

errechnete Gewichte:

$$\begin{aligned}G_1 &= 156 \text{ kN/m} \\ G_2 &= 103 \text{ kN/m} \\ G_3 &= 155 \text{ kN/m}\end{aligned}$$

Angriffspunkt der Kraft beim Kreissegment unter Wasser:  $\rho = 6,71$  m.

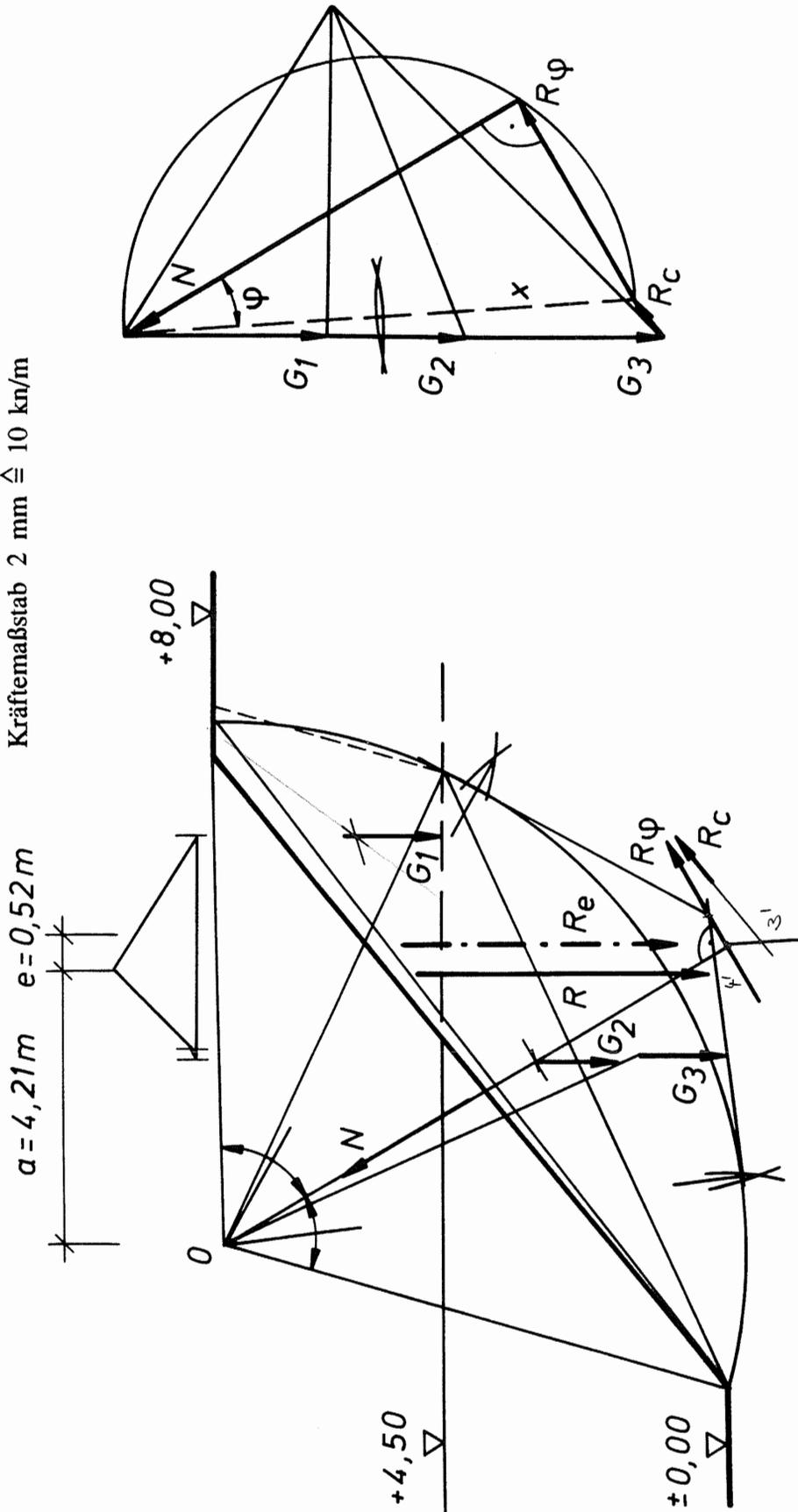
Kohäsion:  $R_c = 38,4$  kN/m

Hebelsarm:  $\rho_c = 9,28$  m

Ermittlung von  $N$  und  $R_\varphi$  siehe Zeichnung!

a) Betriebsfall:

Längenmaßstab M 1 : 100,  
 Kräftemaßstab 2 mm  $\hat{=}$  10 kn/m



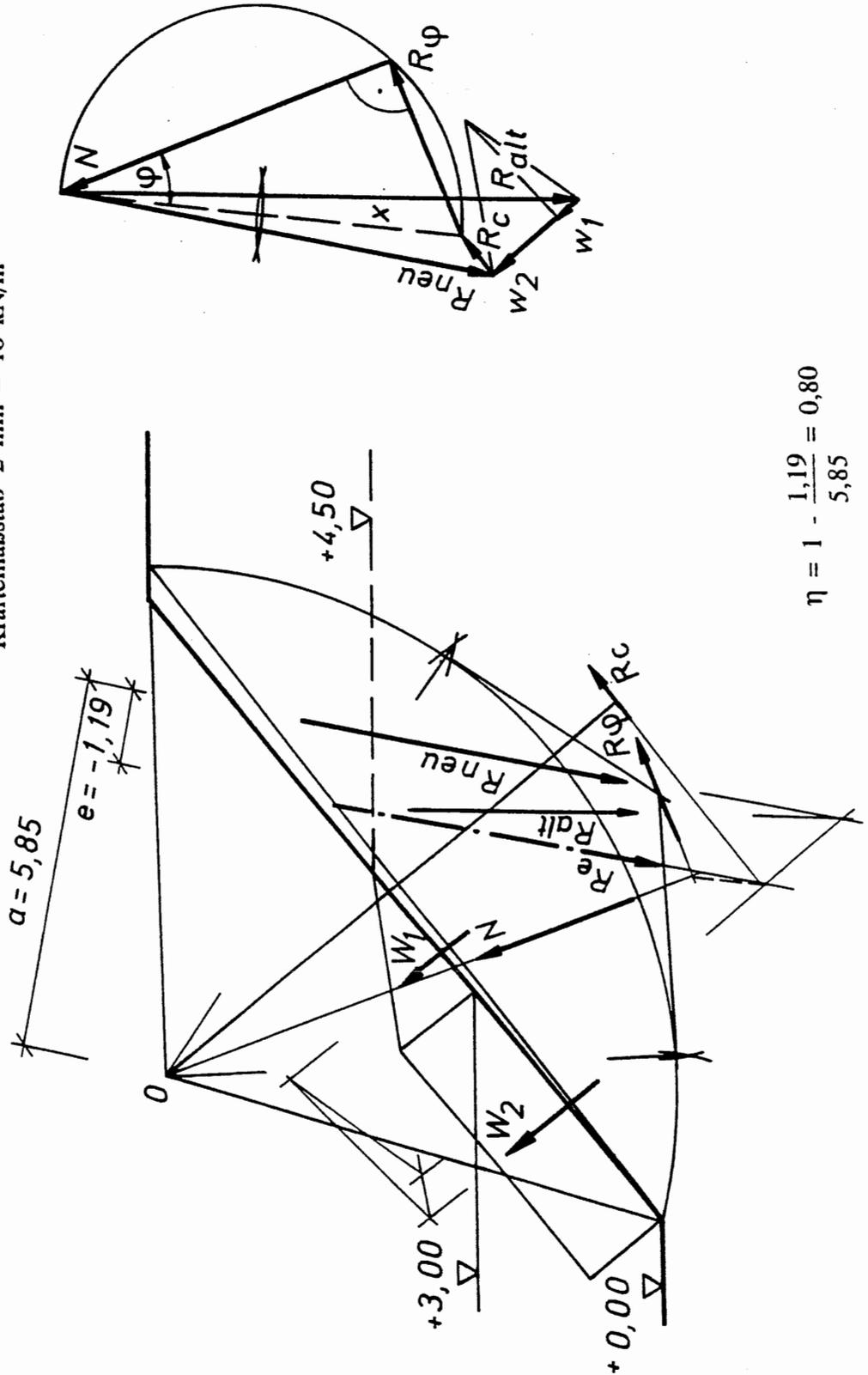
$$\eta = 1 + \frac{0.52}{4.21} = 1.12$$

b) Absenkfall: Eine Absenkung des Wasserspiegels um 1,5 m wird angenommen.

Wasserdruck:  $W_1 = 1/2 \cdot 10 \cdot 1,50 \cdot 2,3 = 17,5 \text{ kN/m}$

$W_2 = 10 \cdot 1,50 \cdot 4,7 = 69,9 \text{ kN/m}$

Längenmaßstab M 1 : 100,  
 Kräftemaßstab 2 mm  $\hat{=}$  10 kN/m



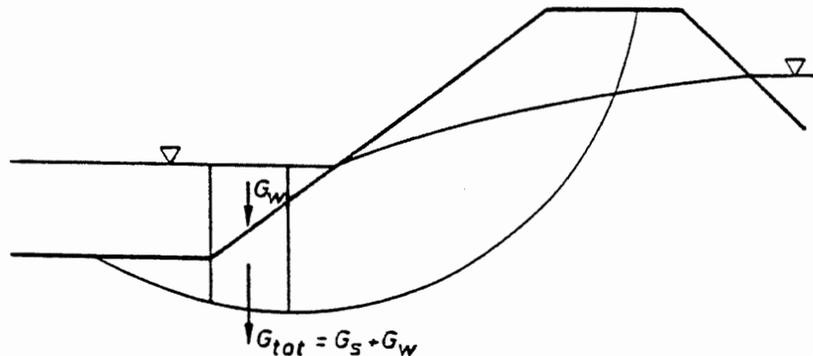
$$\eta = 1 - \frac{1,19}{5,85} = 0,80$$

2. Teil: Standsicherheitsuntersuchung eines Erddammes nach dem Schwedischen Lamellenverfahren und nach dem Verfahren nach BOROWICKA

Berechnungsvorgang in Schritten:

1. Schritt: Bestimmung der Bodenkennwerte
2. Schritt: Wahl eines Gleitkreises. Auch hier sind wieder je ein Fußpunkt- und ein Grundkreis zu berechnen.
3. Schritt: Einteilung des Gleitkörpers in Lamellen. Kriterien sind dabei die Schichtgrenzen, der Wasserspiegel innerhalb des Gleitkörpers, wobei die Sickerlinie angenommen wird etc.  
 Größenordnung der Lamellenbreite:  $\Delta l \leq r/10$
4. Schritt: Ermittlung der treibenden Kräfte in den Lamellen. Dabei ist auf eventuelle Auflasten zu achten. Dazu ist es am zweckmäßigsten, mit totalen Spannungen zu rechnen, wobei die Wasserauflast berücksichtigt werden muß.

z.B.:



5. Schritt: Ermittlung der widerstrebenden Kräfte in den Lamellen. Die Kohäsion wird am besten durch den Binnendruck ausgedrückt.
6. Schritt: Berechnung der Sicherheit

**Fellenius:**  $\eta = \frac{\tan\varphi}{\tan\varphi_1} = \frac{c}{c_1}$

$$\eta = \frac{\sum n_n \tan\varphi_n}{\sum g_n \sin\alpha_n}$$

**Borowicka:**  $\eta = \frac{\sum n_n \tan\varphi_n \cos(\alpha_n + \delta)}{\sum g_n \sin\alpha_n \cos(\alpha_n + \delta)}$

$$\tan\delta = \frac{\sum (w_n - p_{kn}) \Delta l_n \sin\alpha_n}{\sum g_n - \sum (w_n - p_{kn}) \Delta l_n \cos\alpha_n}$$

Für die Berechnung ist es zweckmäßig, den im folgenden angegebenen Tabellenkopf zu verwenden.

$(\sigma + \tau) \sin \alpha$	kN/m
$(\sigma + \tau) \cos \alpha$	kN/m
$\sigma + \tau$	1
$\sigma \sin \alpha$	kN/m
$\sigma \cos \alpha$	kN/m
$\tau \sin \alpha$	kN/m
$\tau \cos \alpha$	kN/m
$\Delta$	m
$\alpha$	°
Nr.	